שיעור 6 – שילוש מטריצות

# משפט השילוש

תהא . אם מתפרק לגורמים לינאריים אזי A דומה למטריצה משולשית עליונה.

## תזכורת

הכוונה היא ש

# אלגוריתם לשילוש המטריצה

נתונה מטריצה . מתפרק לגורמים לינאריים... בוחרים וקטור עצמי של A, , משלימים אותו לבסיס של עם הוקטורים (לאו דווקא וקטורים עצמיים). נבנה מטריצה .  
כעת, . חוזרים על אותן הפעולות עבור ובונים מטריצה ואז . ממשיכים עד שמגיעים ל משולשית עליונה.  
המטריצה הזאת היא משולשית עליונה.

# תרגיל

## פתרון

# משפט

כל מטריצה ( סגור אלגברית) דומה למטריצת בלוקים כשכל בלוק הוא בלוק ג'ורדן.

## דוגמה

אם A לכסינה אזי A דומממה למטריצת בלוקים כשכל בלוק הוא מגודל

# מסקנות ממשפט השילוש

1. לכל מטריצה (כאשר מתפרק לגורמים לינאריים) מתקיים

## דוגמה

,

# תזכורת

"ספקטרום" זו קבוצת הערכים העצמיים

# הגדרה

הרדיוס הספקטרלי של מטריצה :

## דוגמה

# משפט הרדיוס הספקטרלי

כל ש. אזי מתכנס(רכיב רכיב) אם ורק אם

# משפט העתקת הספקטרום

ו, אזי

## דוגמה

# תרגיל

תהא . מצא כך ש

## פתרון

נלכסן את A.  
*נבחר   
נבחר*

# תרגיל

תהא כך ש. מצא את הערכים העצמיים של A כאשר

## פתרון

הערכים העצמיים של הם i בלבד(בריבוי אלגברי 2). הערכים העצמיים של A צריכים לקיים ⇦ הערכים העצמיים האפשריים

1. מתי ? כאשר וגם הם ע"ע מריבוי אלגברי 1.
2. מתי ? כאשר הוא ערך עצמי מריבוי אלגברי 2.

# שאלה 2.א. ממבחן 2008 של רזניקוב

תהי . הוכיחו כי אם ערך עצמי אזי גם ערך עצמי

## הוכחה

הוא ע"ע ולכן קיים וקטור עצמי v כך ש ⇦ ⇦ ⇦  *הוא וקטור עצמי עם ערך עצמי מתאים*

# הגדרות

1. המטריצה ההרמיטית של A היא
2. מטריצה B נקראת הרמיטית אם

# משפט

כל מטריצה הרמיטית מעל היא לכסינה.

# שאלה 2.ב. ממבחן 2008 של רזניקוב

הרמיטית. הוכיחו כי

## הוכחה

*שכן*

*A הרמיטית ולכן לכסינה. יהיו הע"ע מריבויים בהתאמה. לפי משפט העתקת הספקטרום הערכים העצמיים של הם מריבויים אלגבריים . (אם אזי נכון יותר לומר ש הוא ערך עצמי של* עם ריבוי אלגברי ). בה"ה נאמר ש. מכיוון שלכל , , אז גם לכל , . אזי הריבוי האלגברי של ב הוא (שווה לריבוי האלגברי של 0 הערך עצמי של A). A לכסינה ולכן גם לסכינה ולכן בשתיהן הריבוי האלגברי שלווה לריבוי הגיאומטרי. לכן   
⇦